

诚信考试，诚信做人。

2022-2023 学年第一学期

考试科目：概率论与数理统计（48 学时）

考试类型：开放测试

考试时间：120 分钟

学号_____姓名_____年级专业_____是否重修_____

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评阅人					

得分	
----	--

一、选择题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 若事件 A_1 与 A_2 同时发生必导致事件 A 发生，则下列结论正确的是（ ）。

A. $P(A) = P(A_1 A_2)$

B. $P(A) = P(A_1 \cup A_2)$

C. $P(A) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1$

D. $P(A) \leq P(A_1) + P(A_2) - 1$

2. 设随机事件 A 与 B 相互独立，且 $P(B) = 0.5$ ， $P(A - B) = 0.3$ ，则 $P(B - A) =$

（ ）。

A. 0.1

B. 0.2

C. 0.3

D. 0.4

3. 设 X 的密度函数为 $f(x)$ ，分布函数为 $F(x)$ ，且 $f(x) = f(-x)$ 。那么对任意给定的 a 都有（ ）

A. $F(a) = F(-a)$

B. $F(-a) = 2F(a) - 1$

C. $f(-a) = 1 - \int_0^a f(x)dx$

D. $F(-a) = \frac{1}{2} - \int_0^a f(x)dx$

4. 设 X_1, X_2, X_3 是随机变量，且 $X_1 \sim N(0, 1)$, $X_2 \sim N(0, 4)$, $X_3 \sim N(5, 9)$ ，

$p_i = P\{-2 \leq X_i \leq 2\} (i=1, 2, 3)$ ，则（ ）

A. $p_1 > p_2 > p_3$

B. $p_2 > p_1 > p_3$

C. $p_3 > p_1 > p_2$

D. $p_3 > p_2 > p_1$

5. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自与总体 $X \sim N(1, \sigma^2) (\sigma > 0)$ 的简单随机样本，则统计量

$\frac{X_1 - X_2}{|X_3 + X_4 - 2|}$ 服从（ ）分布。

A. $N(0, 1)$

B. $t(1)$

C. $\chi^2(1)$

D. $F(1, 1)$

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分）

1. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B|A)=\frac{1}{3}$, $P(A|B)=\frac{1}{2}$, 则 $P(A\cup B)=$ _____.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 2x, & x \in (0,1) \\ 0, & x \notin (0,1) \end{cases}$, a 是 $(0,1)$ 中的一个实数, 且

$$P(X > a) = P(X < a), \text{ 则 } a = \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 若随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=ae^{-k+2}, (k=0,1,2,\dots)$, 则常数 $a=$ _____.

4. 设 $X \sim P(\lambda)$ (泊松分布), 且 $E[(X-1)(X-2)]=1$, 则 $\lambda=$ _____.

5. 设总体 X 概率密度为 $f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|} \quad (-\infty < x < +\infty)$, X_1, X_2, \dots, X_n 是总体 X 的简单随机样本, 其样本方差为 S^2 , 则 $E(S^2)=$ _____.

得分	
----	--

三、计算题（本大题共5小题，每小题8分，共40分）

1. 设仓库中有 10 箱同种规格的产品, 其中由甲、乙、丙三厂生产的分别为 5 箱、3 箱、2 箱, 三厂产品的次品率依次为 0.1, 0.2, 0.3, 从这 10 箱中任取一箱, 再从这箱中任取一件, 求: (1) 这件产品为正品的概率。(2) 若取出的产品为正品, 它是甲厂生产的概率是多少?

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$, 求: (1) X 的分布函数表达式; (2) $Y=2X+1$ 的概率密度.

3. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$.

求: (1) X, Y 的边缘概率密度; (2) 判断 X 和 Y 相互独立性.

4. 设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \lambda^2 x e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中参数 $\lambda (\lambda > 0)$ 未知,

X_1, X_2, \dots, X_n 是来自于总体 X 的简单随机样本, 求: (1) 参数 λ 的矩估计量; (2) 参数 λ 的最大似然估计量.

5. 随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 独立并且服从同一分布, 数学期望为 μ , 方差为 σ^2 ,

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 。求 $X_i - \bar{X}$ 的数学期望和方差。

得分	
----	--

四、综合解答题 (本大题共3小题, 每小题10分, 共30分)

1. 某射手参加一种游戏, 他有4次机会射击一个目标. 每射击一次须付费10元. 若他射中目标, 则得奖金100元, 且游戏停止. 若4次都未射中目标, 则游戏停止且他要付罚款100元. 若他每次击中目标的概率为0.3, 每次射击结果相互独立. 求他在此游戏中的收益的期望.

2. 已知多名实习生相互独立地测量同一块土地的面积, 设每名实习生得到的测量数据 X (平方米) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从这些测量数据中随机抽取 7 个, 经计算, 其平均面积为 125 平方米, 标准差为 2.71 平方米.

(1) 求 μ 的置信度为 90% 的置信区间; (2) 能否认为这块土地的平均面积为 124 平方米 (显著性水平 $\alpha = 0.1$) ?

$\mu_{0.1} = 1.29, \mu_{0.05} = 1.65, t_{0.1}(7) = 1.415, t_{0.1}(6) = 1.440, t_{0.05}(7) = 1.895, t_{0.05}(6) = 1.943$

3. 请简述怎样正确运用单侧检验和双侧检验?